# 第八单元 解析几何

## 基础课42 直线的方程

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 直线的倾斜角与斜率 | 掌握 | 2022年新高考Ⅱ卷 | ★☆☆ | 直观想象数学运算 |
| 直线的方程 | 掌握 | 2022年全国甲卷（理） | ★★★ | 直观想象数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，本基础课内容单独命题的可能性很小，一般作为条件与圆锥曲线结合命题.预测2025年高考命题情况变化不大，在复习常规考法的同时，还要注意知识间的综合训练 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、直线的倾斜角

|  |  |
| --- | --- |
| 定义 | 在平面直角坐标系中,对于一条与x轴相交的直线l,把x轴(正方向)按①逆时针　方向绕着交点旋转到和直线l首次重合时所成的角,称为直线l的倾斜角,通常倾斜角用α表示 |
| 规定 | 当直线与轴平行或重合时，直线的倾斜角为②0.因此直线的倾斜角的取值范围为③ |

##### 二、斜率公式

|  |  |
| --- | --- |
| 定义式 | 当直线的倾斜角为时，斜率 ，当直线的倾斜角时，直线的斜率不存在 |
| 坐标式 | 若,在直线上，且,则的斜率为⑤.若,则直线的斜率不存在，此时直线的倾斜角为 |

##### 三、直线的方向向量与斜率的关系

|  |  |
| --- | --- |
| 定义 | 经过两点,的直线，其方向向量为，因此，当直线的斜率存在时，直线的一个方向向量为⑥ |
| 关系 | 当直线的一个方向向量为时，直线的斜率 |

##### 四、直线方程的五种形式

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 方程 | 适用范围 |
| 点斜式 | ⑧ | 不含直线 |
| 斜截式 |  | 不含垂直于轴的直线 |
| 两点式 |  | 与两坐标轴均不垂直的直线 |
| 截距式 | ⑨ | 不含垂直于坐标轴和过原点的直线 |
| 一般式 |  | 平面直角坐标系内的直线都适用 |

【提醒】当直线与轴不垂直时，可设直线的方程为；当直线不与轴平行且不确定直线的斜率是否存在时，可设直线的方程为.

###### 知识 拓展

识记几种特殊位置的直线方程

1.轴：.

2.轴：.

3.过原点且斜率存在的直线：.

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”,错的打“×”）

（1） 只根据直线的倾斜角的大小不能确定直线的位置.( √ )

（2） 过点,的直线的倾斜角是 .( × )

（3） 斜率相等的两直线的倾斜角不一定相等.( × )

（4） 直线的倾斜角越大,斜率就越大.( × )

2. （易错题）过，两点的直线的倾斜角为 ，则.

【易错点】在利用斜率公式求参数时，忽视前提条件而致误.

[解析]因为直线的倾斜角为 ，所以直线的斜率.由，整理得，解得或.当时，，不符合; 当时，，符合. 综上,.

##### 题组2 走进教材

3. （人教A版选修①P66·练习T1改编）已知直线过点，且斜率为，则直线的方程为.

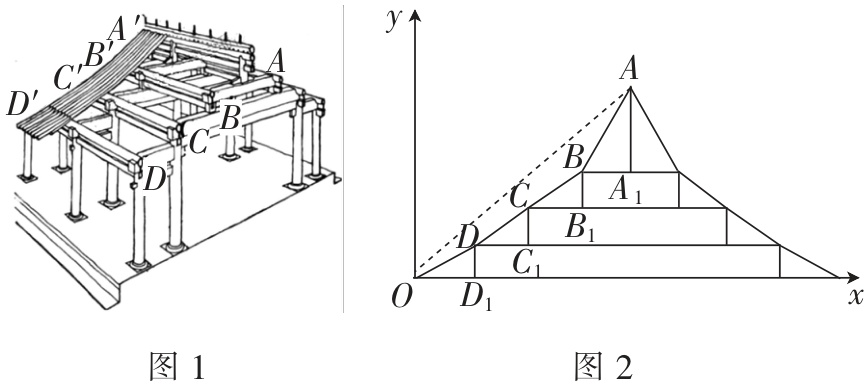
[解析]因为直线过点且，所以的方程为，整理得.

4. （人教A版选修①P67·T7改编）经过点，并且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程为或.

[解析]截距为0时，直线方程为； 当截距不为0时，设截距为，则直线方程为，将点代入解得，所以直线方程为.综上所述，直线方程为或.

##### 题组3 走向高考

5. [2022·新高考Ⅱ卷]图1是中国古代建筑中的举架结构，,,,是桁，相邻桁的水平距离称为步，垂直距离称为举.图2是某古代建筑屋顶截面的示意图，其中，，，是举，，，，是相等的步，相邻桁的举步之比分别为，，，.已知，，成公差为0.1的等差数列，且直线的斜率为，则( D ).



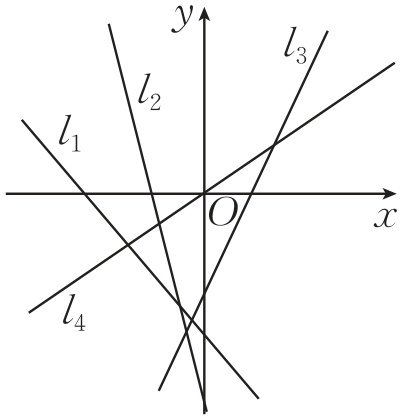
A. 0.75 B. 0.8 C. 0.85 D. 0.9

[解析]设，则,，，，由题意得,，且，解得，故选.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 直线的倾斜角与斜率［自主练透］

1. [2024·山西联考]若直线，，，如图所示，则斜率最小的直线是( B ).



A. B. C. D.

[解析]由题图知，故斜率最小的直线是.故选.

2. 若,,三点在同一条直线上，则实数的值为( C ).

A. B. C. 6 D. 12

[解析]因为，,，所以，解得.故选.

3. 已知直线,则直线的倾斜角 的取值范围是( C ).

A. B.

C. D.

[解析]当时,;当时,斜率.

,,

.综上,.故选.

4. 已知点,.若直线与线段恒相交,则斜率的取值范围是.

[解析]直线经过定点,,,且直线与线段恒相交,.

变式设问 若将题4中的条件“”改为“”，则斜率的取值范围是.

[解析]直线经过定点，

，，且直线与线段恒相交，或，故斜率的取值范围是.



**求倾斜角的取值范围的步骤**

1.求出斜率 的取值范围，但需要注意斜率不存在的情况；

2.利用正切函数的单调性，借助函数图象或单位圆，数形结合确定倾斜角 的取值范围.

【注意】倾斜角的取值范围是，若直线的斜率不存在，则直线的倾斜角为，此时直线垂直于轴.

#### 考点二 求直线的方程［自主练透］

（一题练透）用适当方法求下列直线的方程.

（1） 直线的斜率为2，且经过点；

[解析]因为，且经过点，由直线的点斜式可得，整理可得，所以直线的一般式方程为.

（2） 斜率为，且在轴上的截距为4；

[解析]由直线的斜率，且在轴上的截距为4，

得直线的斜截式为，整理可得直线的一般式方程为.

（3） 经过，两点；

[解析]由直线的两点式可得，整理得直线的一般式方程为.

（4） 过点，且在轴和轴上的截距互为相反数;

[解析]当截距为0时，设直线方程为，代入点，解得，则直线方程为，即;当截距不为0时，设直线方程为，代入点，解得，则直线方程为.综上，直线方程为或.

（5） 已知直线的一个方向向量为，且过点.

[解析]因为直线的一个方向向量为，所以直线的斜率，故直线的方程为，即.

变式设问 若将本题（4）中的条件“互为相反数”改为“绝对值相等”，则直线方程为或或.

[解析]当截距为0时，设直线方程为，代入点，解得，则直线方程为，即.当截距不为0时，设直线方程为，代入点，解得或，故直线方程为或.综上，所求直线方程为或或.



**求解直线方程的两种方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 直接法 | 根据已知条件，选择适当的直线方程形式，直接写出直线方程 |
| 待定系数法 | 设所求直线方程的某种形式；  由条件建立所求参数的方程（组）；  解这个方程（组）求出参数；  把参数的值代入所设直线方程 |

【注意】

1.当选用点斜式和斜截式时，注意讨论斜率是否存在；

2.当选用截距式时，注意讨论直线是否过原点，即截距是否为0；

3.当选用一般式确定直线的斜率时，要注意讨论是否为0.求直线方程时，如果没有特别要求，那么求出的直线方程应化为一般式，且.

#### 考点三 直线方程的综合应用［师生共研］

典例 设直线的方程为.

（1）求证：不论为何值，直线恒过点.

（2）若直线分别与轴正半轴，轴正半轴交于点，，当的面积取得最小值时，求此时的周长及直线的方程；

（3）当直线在两坐标轴上的截距均为正整数且也为正整数时，求直线的方程.

[解析]（1）由,得，则解得

不论为何值，直线恒过点.

（2）由得，当时，，当时，，由得，

，

当且仅当，即舍去时取等号，

，，

的周长为,直线的方程为.

（3）直线在两坐标轴上的截距均为正整数，

即，均为正整数，而也为正整数，

,, 直线的方程为.



**与直线方程有关的问题的常见类型及解题策略**

|  |  |
| --- | --- |
| 最值问题 | 先设出直线方程，建立目标函数，再利用基本不等式求解 |
| 求参数取值范围 | 若点在直线上，则点的坐标适合直线的方程，再结合函数的单调性或基本不等式求解 |

##### 针对训练

已知直线.

（1） 求证：直线过定点.

[解析]由,得,联立解得 直线过定点.

（2） 若直线不经过第四象限,求实数的取值范围.

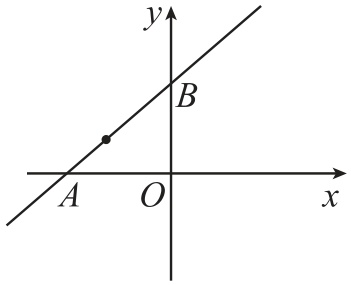
[解析]由,得,

要使直线不经过第四象限,则解得,

的取值范围是.

（3） 若直线交轴的负半轴于点,交轴的正半轴于点,的面积为,求的最小值并求此时直线的方程.

[解析]如图,由题意可知,



在中,取,得,取,得,

,

当且仅当,即（负值舍去）时,上式“”成立，

的最小值为4,此时直线的方程为,即.